

Ausgangspunkt:

punktförmige hochdimensionale Feature-Objekte

- ◆ B-Baum eindimensional

Abbildung eines mehrdimensionalen Raums auf eine Dimension im Allgemeinen nicht distanzerhaltend möglich

- ◆ Simplex mit $n+1$ Punkten im n -dimensionalen Raum)

Fazit: mehrdimensionale Indexverfahren nötig

Grundidee hierarchischer Indexierungsverfahren:

- ◆ Beschreiben von Punktmengen durch geometrische, umschreibende Regionen (Cluster)
- ◆ bei der Suche Test und evtl. Ausschluss von Clustern
- ◆ Cluster können sich gegenseitig enthalten
→ Halbordnung und daher
Hierarchie (Hasse-Diagramm) oder Baum

Unterscheidungskriterien von Baumstrukturen <isweb>

Merkmals	Unterscheidung
Cluster-Bildung	global zerlegend (space partitioning) lokal gruppierend (data partitioning)
Cluster-Überlappung	überlappend disjunkt
Balance	balanciert unbalanciert
Objektspeicherung	Blätter und Knoten Blätter
Geometrie	Hyperkugel Hyperquader Hyperellipsoid ...

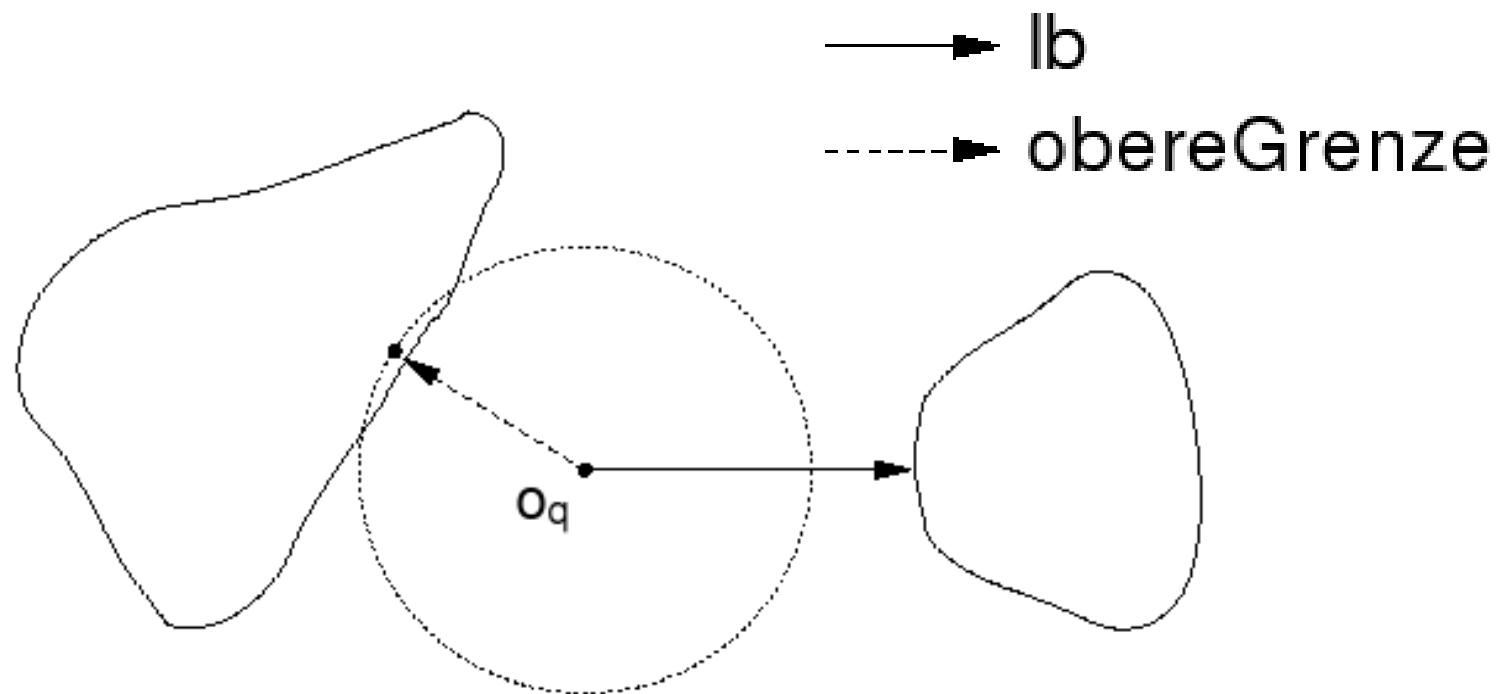
Algorithmen zur Berechnung des nächsten Niveaus

Anfragepunkt

Existenz zweier Distanzfunktionen

- ◆ Distanz zwischen zwei Punkten
- ◆ minimale Distanz zwischen q und potentielltem Clusterpunkt eines Clusters

- ◆ geht von Objektspeicherung in Blättern aus
- ◆ realisiert Tiefensuche
- ◆ verwendet dynamisch angepasste Distanz obereGrenze zu NN-Kandidat



```
[1] real obereGrenze =  $\infty$ 
[2] punkt naechsterNachbar = nil
[3]
[4] procedure BranchAndBound(punkt q,knoten T)
[5]
[6]   sortiere Subknoten von T aufsteigend nach lb-Distanz zu q
[7]   for each Subknoten k von T do
[8]     if k ist Blatt then
[9]       for each Punkt p in k do
[10]        distanz = d(p,q) //Distanz zwischen p und q
[11]        if distanz < obereGrenze then do
[12]          obereGrenze = distanz
[13]          naechsterNachbar = p // NN-Kandidat
[14]        end if
[15]      end for
[16]    else do
[17]      lb=lb(q,k) //kleinstmögliche Distanz von q zu k
[18]      if lb > obereGrenze then
[19]        schlieÙe k von allen weiteren Betrachtungen aus
[20]      else BranchAndBound(q,k)
[21]    end else
[22]  end for
[23] end procedure
```

Roussopoulos/Kelly/Vincent 1995

spezieller Branch-and-Bound-Algorithmus zur Nächste-Nachbarsuche

Feature-Objekte als hochdimensionale Objekte

für Baum mit lokal gruppierenden Hyperquadern und Feature-Objekten in den Blättern

Hyperquader als MBR (engl. minimum bounding rectangle)

- ◆ jede Hyperfläche berührt mind. ein Feature-Objekt von außen
- ◆ MBR wird durch zwei Punkte (s, t) (innerste und äußerste Ecke) identifiziert

MIN-Distanz: minimal mögliche Distanz zwischen Anfragepunkt q und MBR (s, t)

mit
$$MINDIST(q, (s, t)) = \sum_{i=1}^n |q[i] - r[i]|^2$$

$$r[i] = \begin{cases} s[i] & \text{wenn } q[i] < s[i] \\ t[i] & \text{wenn } q[i] > t[i] \\ q[i] & \text{sonst.} \end{cases}$$

MINMAX-Distanz: maximal möglicher Abstand zum nächsten Nachbarn in (s, t)

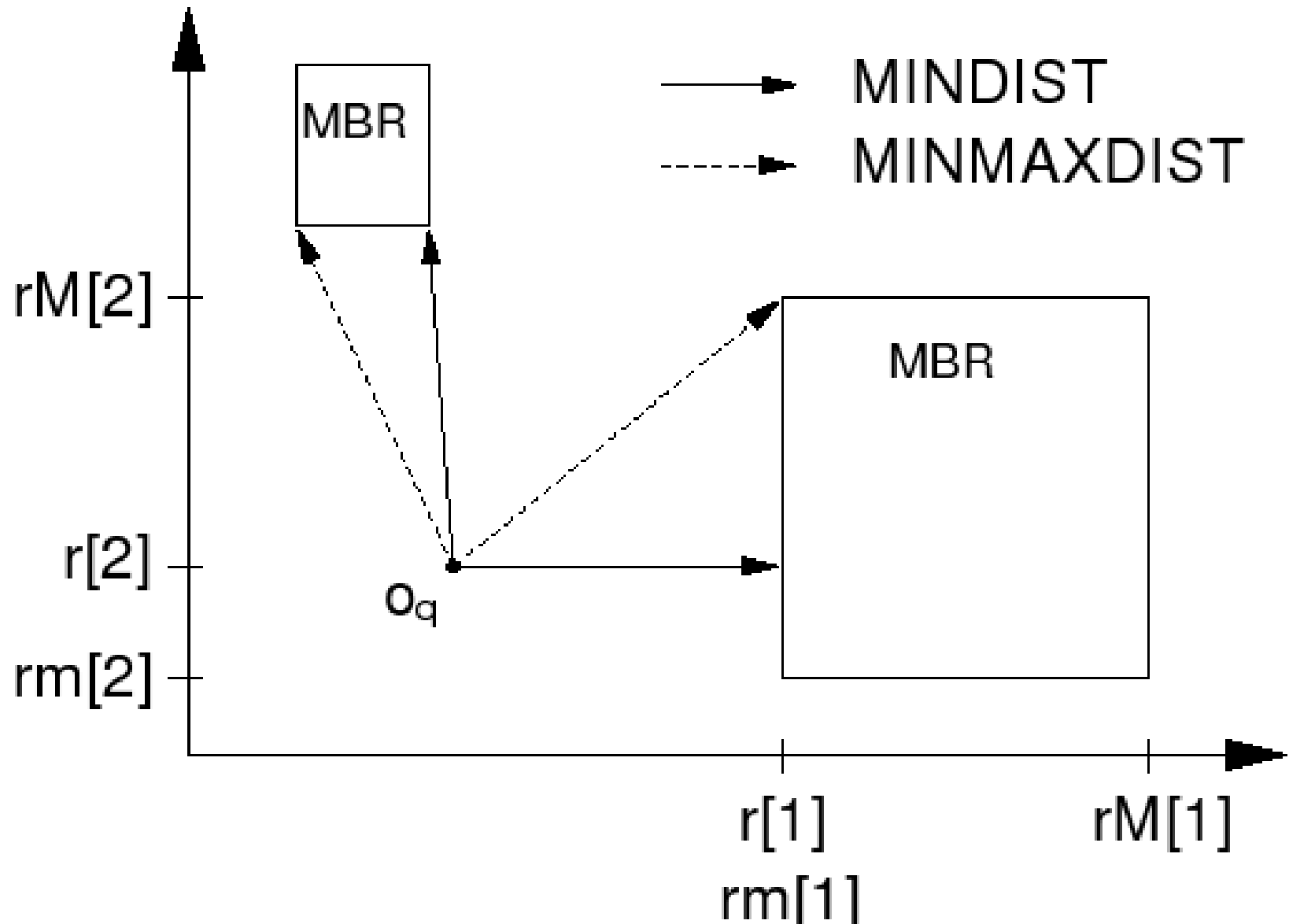
Ausnutzen der Minimaleigenschaft eines MBR

$$MINMAXDIST(q, (s, t)) = \min_{1 \leq k \leq n} \left(|q[k] - rm[k]|^2 + \sum_{\substack{i \neq k \\ 1 \leq i \leq n}} |q[i] - rM[i]|^2 \right)$$

mit:

$$rm[k] = \begin{cases} s[k] & \text{wenn } q[k] \leq \frac{(s[k]+t[k])}{2} \\ t[k] & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{und}$$

$$rM[i] = \begin{cases} s[i] & \text{wenn } q[i] \geq \frac{(s[i]+t[i])}{2} \\ t[i] & \text{sonst} \end{cases}$$



Sortierung der Kindsnoten anhand
MIN-Distanz (optimistisch) oder
MINMAX-Distanz (pessimistisch)

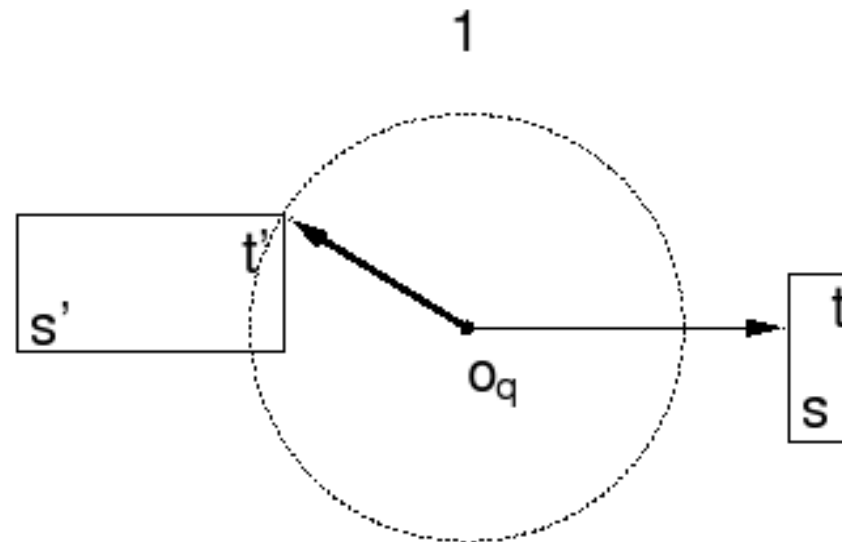
3 Strategien zur Suchaufwandreduzierung (*obereGrenze* ist Distanz zum NN-Kandidaten)

1. $MINDIST(q, (s, t)) > MINMAXDIST(q, (s', t'))$:
MBR (s, t) braucht nicht aufgesucht zu werden
2. $obereGrenze > MINMAXDIST(q, (s, t))$:
→ $obereGrenze = MINMAXDIST(q, (s, t))$
3. $obereGrenze < MINDIST(q, (s, t))$:
MBR (s, t) braucht nicht aufgesucht zu werden

3 Strategien zur Suchaufwandreduzierung
(obereGrenze ist Distanz zum NN-Kandidaten)

1. $MINDIST(q, (s, t)) > MINMAXDIST(q, (s', t'))$:
MBR (s, t) braucht nicht aufgesucht zu werden
2. $obereGrenze > MINMAXDIST(q, (s, t))$:
 $\rightarrow obereGrenze = MINMAXDIST(q, (s, t))$
3. $obereGrenze < MINDIST(q, (s, t))$:
MBR (s, t) braucht nicht aufgesucht zu werden

- > obereGrenze
- > MINMAXDIST
- > MINDIST



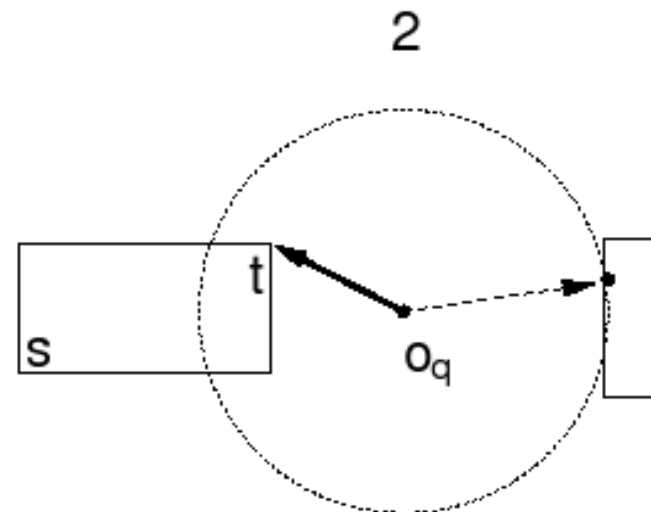
3 Strategien zur Suchaufwandreduzierung
(obereGrenze ist Distanz zum NN-Kandidaten)

1. $MINDIST(q, (s, t)) > MINMAXDIST(q, (s', t'))$:
MBR (s, t) braucht nicht aufgesucht zu werden

2. $obereGrenze > MINMAXDIST(q, (s, t))$:
 $\rightarrow obereGrenze = MINMAXDIST(q, (s, t))$

3. $obereGrenze < MINDIST(q, (s, t))$:
MBR (s, t) braucht nicht aufgesucht zu werden

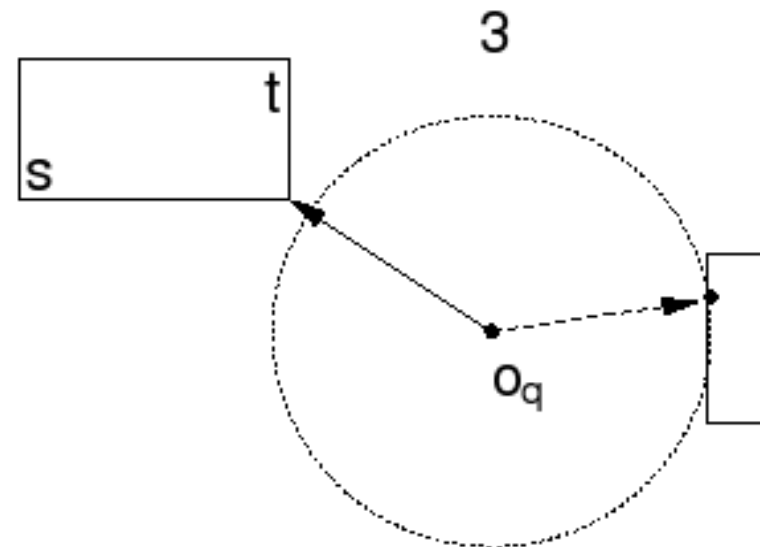
- > obereGrenze
- > MINMAXDIST
- > MINDIST

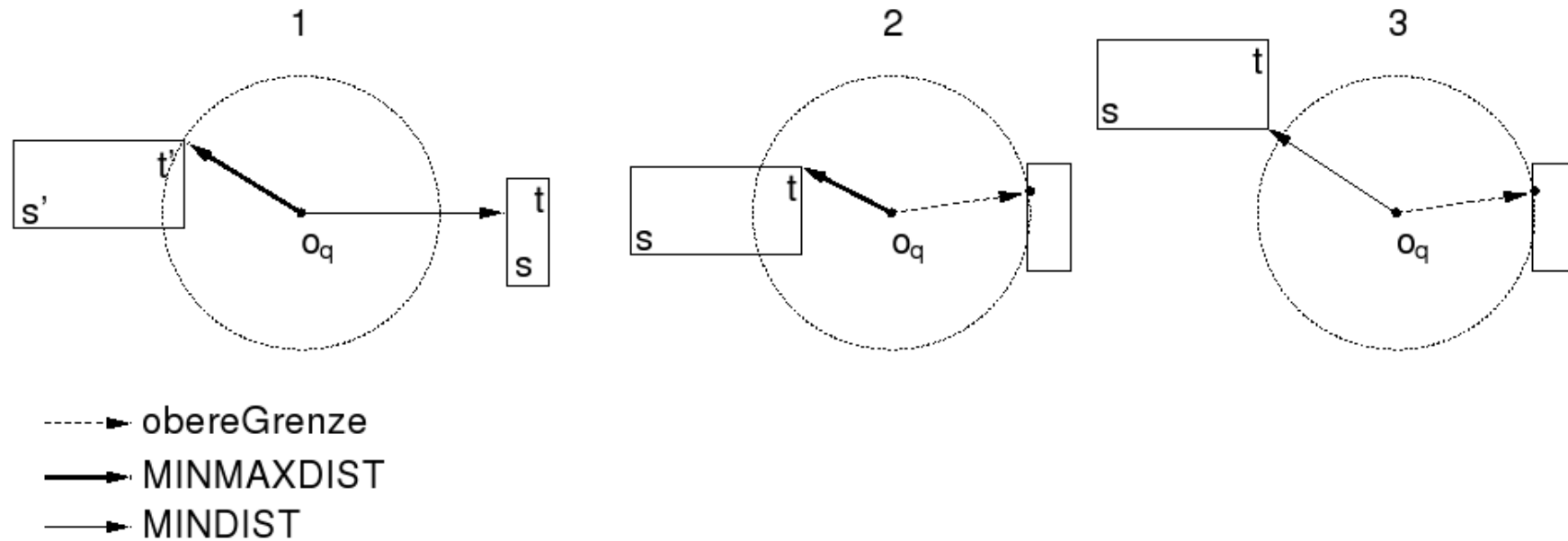


3 Strategien zur Suchaufwandreduzierung
(obereGrenze ist Distanz zum NN-Kandidaten)

1. $MINDIST(q, (s, t)) > MINMAXDIST(q, (s', t'))$:
MBR (s, t) braucht nicht aufgesucht zu werden
2. $obereGrenze > MINMAXDIST(q, (s, t))$:
 $\rightarrow obereGrenze = MINMAXDIST(q, (s, t))$
3. $obereGrenze < MINDIST(q, (s, t))$:
MBR (s, t) braucht nicht aufgesucht zu werden

- > obereGrenze
- > MINMAXDIST
- > MINDIST





```
[1] procedure RKV(punkt q,knoten T,real obereGrenze,  
[2]           objekt naechsterNachbar)  
[3]   knoten neuerKnoten  
[4]   brancharray branchList  
[5]   real distanz  
[6]   objekt o  
[7]   if T ist Blattknoten then  
[8]     for each o in T do  
[9]       distanz ist Distanz zwischen q und o  
[10]      if distanz  $\leq$  obereGrenze then do  
[11]        obereGrenze = distanz  
[12]        naechsterNachbar = o  
[13]      end if  
[14]    end for  
[15]  else do  
[16]    branchList sei Liste von Kindknoten aus T  
[17]    branchList nach MINDIST oder MINMAXDIST sortieren  
[18]    branchList nach Strategie 1 kürzen  
[19]    obereGrenze nach Strategie 2 reduzieren  
[20]    branchList nach Strategie 3 kürzen  
[21]    for each neuerKnoten in branchList do  
[22]      RKV(q,neuerKnoten,obereGrenze,naechsterNachbar)  
[23]      branchList nach Strategie 3 kürzen  
[24]    end for  
[25]  end do  
[26] end procedure
```

Modifikation des Algorithmus:

sortierte Warteschlange zur Verwaltung der
 k Nächste-Nachbarschaftskandidaten

oberereGrenze ist Distanz zum letzten Kandidat

getNext-Anfragen werden nicht unterstützt
(Problem aufgrund der Tiefensuche)

ursprünglich für euklidische Distanz entwickelt; funktioniert
auch auf anderen Distanzfunktionen, so lange MIN- und
MINMAX-Distanzen berechnet werden können

Einschränkung auf MBRs als Clustergeometrien
→ ansonsten statt MINMAX- die MAX-Distanz verwenden

Hanrich/Hjaltason/Samet

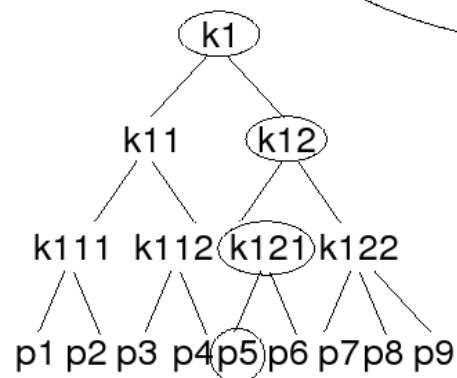
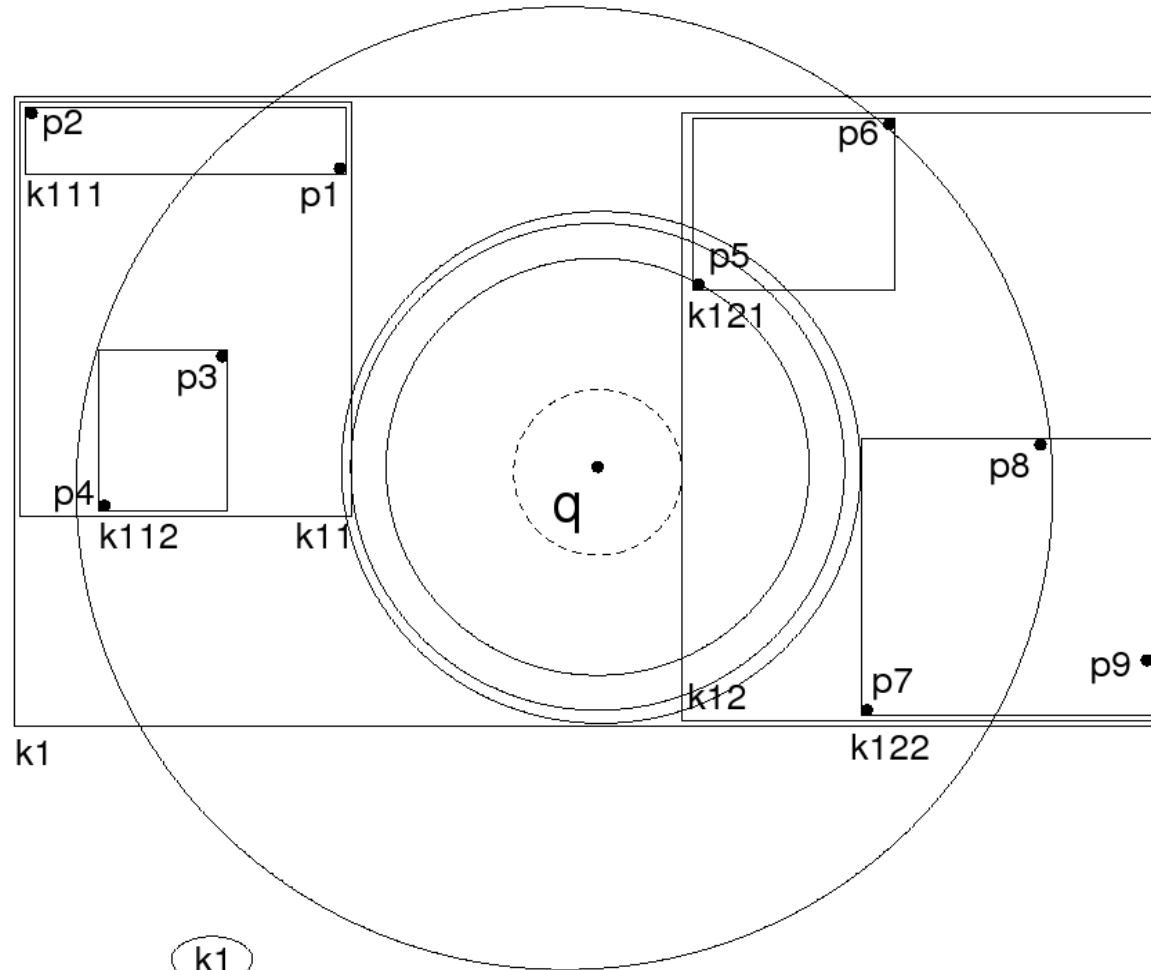
Algorithmus für getNext-Anfragen

statt Tiefensuche Verwendung einer global sortierten Warteschlange:

- ◆ enthält Knoten, Blätter und Feature-Objekte mit minimalen Distanzen l_b zum Anfragepunkt
- ◆ legt Abarbeitungsreihenfolge aufgrund aufsteigender Distanz fest
→ nur Kopfelemente werden entnommen

1. Initialisierung mit Wurzelementen
2. wenn entnommenes Kopfelement Knoten, dann werden Kinder eingefügt
3. wenn entnommenes Kopfelement Blatt, dann werden Feature-Objekte eingefügt
4. wenn entnommenes Kopfelement Feature-Objekt
→ Ausgabe

```
[1] procedure HS(punkt q,knoten T)
[2]   pqueue queue // Priority Queue
[3]   queueEintrag element // Priority-Queue-Eintrag
[4]   objekt fo // Feature-Objekt
[5]   knoten k
[6]   enqueue(queue, T, lb(q,T))
[7]   while not isEmpty(queue) do
[8]     element = dequeue(queue)
[9]     if element ist Feature-Objekt then do
[10]      while element = first(queue) do
[11]        deleteFirst(queue) // Duplikate entfernen
[12]      end do
[13]      ausgabe(element) // getNext-Resultat ausgeben
[14]    end do
[15]    else if element ist Blattknoten then
[16]      for each fo in element do
[17]        enqueue(queue, fo, lb(q,fo))
[18]      end do
[19]    else // innerer Knoten
[20]      for each Kind k in element do
[21]        enqueue(queue, k, lb(q,k))
[22]      end do
[23]    end if
[24]  end do
[25] end procedure
```



Queue: k1
 k12 k11
 k121 k11 k122
 p5 k11 k122 p6

- ◆ gut geeignet für getNext-Anfragen
- ◆ unabhängig von Cluster-Geometrie
- ◆ Problem: Warteschlange kann zu groß für Hauptspeicher werden
→ aufwändige Auslagerung auf Festplatte notwendig
- ◆ Navigation „springt“ wegen Warteschlangensortierung;
keine Tiefen/Breitensuche
→ teure Festplattenzugriffe