

Aufgaben für die Klassenstufen 9/10

ohne Lösungen

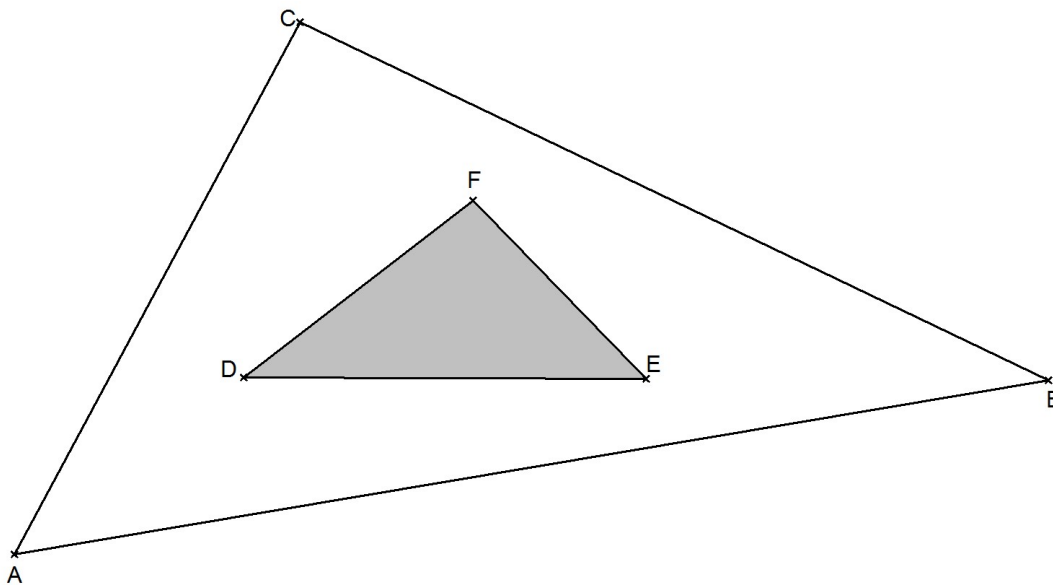
Einzelwettbewerb	Aufgaben ME1, ME2, ME3
Gruppenwettbewerb	Aufgaben MG1, MG2, MG3, MG4
Speedwettbewerb	Aufgaben MS1, MS2, MS3, MS4, MS5, MS6, MS7, MS8

TAG DER MATHEMATIK 2018

Aufgabe ME1:

Gegeben seien zwei Dreiecke $\triangle ABC$ und $\triangle DEF$, wobei $\triangle DEF$ im Inneren von $\triangle ABC$ liegt. Dabei gilt:

- D ist der Mittelpunkt der Strecke \overline{AF} .
- E ist der Mittelpunkt der Strecke \overline{BD} .
- F ist der Mittelpunkt der Strecke \overline{CE} .



Wie groß ist der Anteil der Fläche von $\triangle DEF$ an der Gesamtfläche von $\triangle ABC$?
Begründe deine Antwort.

Tip: Zerlege das große Dreieck in flächengleiche (nicht kongruente) Dreiecke.

Aufgabe ME2:

Für einen Quader mit den Kantenlängen a, b und c gilt:

Verdoppelt man a , verringert dafür aber b um 1cm und c um 2cm, so erhält man einen Quader mit gleichem Volumen, gleicher Oberfläche und gleicher (Gesamt-)Kantenlänge.

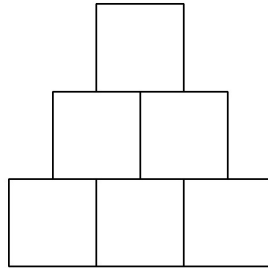
Bestimme a, b und c .

Achtung: Die Aufgabenstellung ist nicht eindeutig. Finden Sie alle möglichen Lösungen.

TAG DER MATHEMATIK 2018

Aufgabe ME3:

Knut hat Bausteine in den 4 Farben rot, gelb, grün und blau. (Von jeder Farbe sind ausreichend viele Bausteine vorhanden.) Er möchte daraus einen folgenden Turm mit folgender Struktur bauen:



Dabei sollen niemals zwei Bausteine gleicher Farbe aneinander angrenzen.

- (a) Wieviele Möglichkeiten hat Knut, den Turm zu bauen?
- (b) Bei wievielen dieser Möglichkeiten werden tatsächlich alle vier Farben (mindestens einmal) verwendet?

TAG DER MATHEMATIK 2018

Aufgabe MG1:

In einem gleichschenkligen Dreieck gibt es eine Winkelhalbierende, die das Dreieck in zwei Teildreiecke zerlegt, von denen mindestens eines ebenfalls gleichschenklilig ist.

Bestimme alle Möglichkeiten für die Maße der Innenwinkel des Ausgangsdreiecks.

Aufgabe MG2:

Gegeben sei eine fünf-stellige natürliche Zahl:

$$\boxed{N = abcde} \quad \text{mit unbekanntem Ziffern } a, b, c, d, e \in \{0, \dots, 9\} \text{ und } a \neq 0$$

Bestimme a, b, c, d, e so, dass: $\boxed{4 \cdot N = edcba}$

Dabei sollte auch klar werden, wieso es keine andere Möglichkeit für die Wahl von a, b, c, d, e gibt.

Aufgabe MG3:

(a) Matti und Tobi befinden sich am selben Punkt auf einem Fußweg, der parallel zu einer Bahnlinie verläuft. Als die Spitze eines vorbeifahrenden Zuges genau auf gleicher Höhe mit ihnen ist, laufen beide mit derselben Geschwindigkeit in entgegengesetzte Richtungen los.

- Matti läuft entgegengesetzt zur Fahrtrichtung des Zuges. Nachdem er 21 Meter gelaufen ist, hat er das Ende des fahrenden Zuges erreicht.
- Tobi läuft in Fahrtrichtung des Zuges. Nachdem er 33 Meter gelaufen ist, wird er vom Ende des Zuges überholt.

Wie lang ist der Zug?

(b) Matti und Tobi kehren beide direkt um, nachdem sie die 21 bzw. 33 Meter bis zum Zugende gelaufen sind. Wie weit ist das Ende des Zuges von ihnen entfernt, wenn sie sich wieder begegnen?

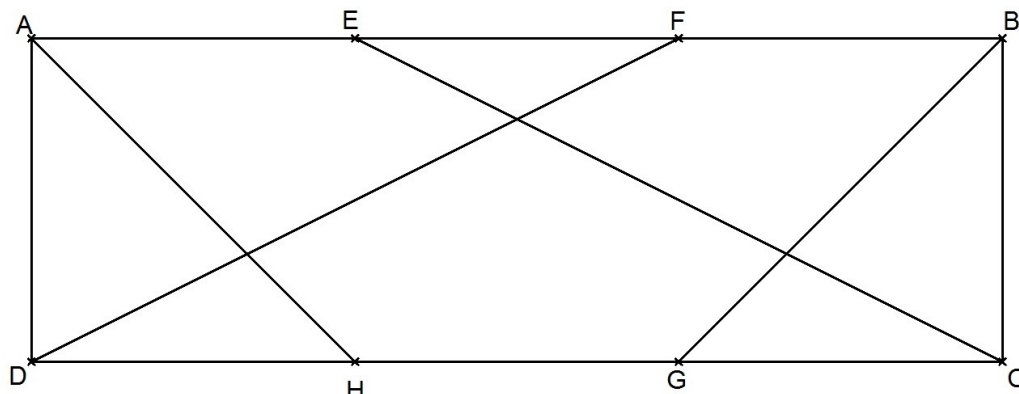
Aufgabe MG4:

Gegeben sei ein Rechteck $\square ABCD$ mit Seitenlängen $|\overline{AB}| = |\overline{CD}| = 3$ und $|\overline{BC}| = |\overline{DA}| = 1$.

Die Punkte E und F teilen die Strecke \overline{AB} in drei gleich große Teilstrecken.

Die Punkte G und H teilen die Strecke \overline{CD} in drei gleich große Teilstrecken.

Durch das Einzeichnen der Strecken \overline{AH} , \overline{BG} , \overline{CE} , \overline{DF} wird die Rechtecksfläche in 8 Teilflächen zerlegt (siehe Zeichnung).



Bestimme den Flächeninhalt von jeder dieser Teilflächen. Die Korrektheit der Antwort ist zu begründen.

TAG DER MATHEMATIK 2018

Aufgabe MS1:

In einem Buch stehen im Durchschnitt 8 Buchstaben auf einem Quadratzentimeter Papierfläche. Das Buch hat (ohne den Einband) ein Volumen von 0.02m^3 bei einer Papierdicke von 0.1mm .

Wieviele Buchstaben stehen in dem Buch?

Aufgabe MS2:

Lisa möchte monatlich etwas von ihrem Taschengeld sparen, um sich ein Mountainbike zu kaufen. Sie bekommt jeden Monat denselben Betrag und überlegt:

- Wenn ich jeden Monat 20 Euro ausbebe und den Rest spare, habe ich in 18 Monaten genug Geld für das Mountainbike gespart.
- Wenn ich jeden Monat 10 Euro ausbebe und den Rest spare, habe ich in 12 Monaten genug Geld für das Mountainbike gespart.

Nach wieviel Monaten könnte sich Lisa das Mountainbike kaufen, wenn sie ihr komplettes Taschengeld dafür spart?

Aufgabe MS3:

Wieviele Innenwinkel, die genau 90° betragen, kann ein 10-Eck maximal haben.

Fertigen Sie eine Skizze mit einem solchen 10-Eck an.

Aufgabe MS4:

In einer Firma beträgt das Durchschnittsalter der Mitarbeiter genau 38 Jahre.

Nun verlassen zwei 65-jährige Mitarbeiter die Firma (und gehen in Rente), zeitgleich kommen zwei 25-jährige Mitarbeiter (frisch von der Uni) hinzu.

Dadurch sinkt das Durchschnittsalter der Mitarbeiter der Firma auf 37 Jahre.

Wie viele Mitarbeiter hat die Firma?

Aufgabe MS5:

Bei einem Radrennen hat Arne einen Vorsprung vor Bert.

Ein Streckenposten am Punkt X notiert, dass Bert genau 1 Minute später als Arne vorbeikommt. Beide fahren ab dem Punkt X zunächst mit der konstanten Geschwindigkeit von 30km/h weiter.

Ab einem gewissen Zeitpunkt T setzt plötzlich starker Gegenwind ein und beide fahren ab dem Zeitpunkt T bis zum Ziel nur noch mit der Geschwindigkeit von 25km/h .

Mit welchem Zeit Vorsprung kommt Arne vor Bert ins Ziel?

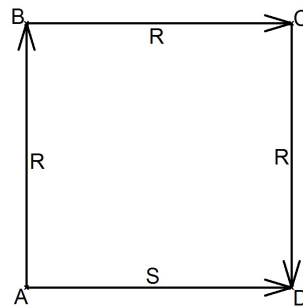
TAG DER MATHEMATIK 2018

Aufgabe MS6:

Gegeben sei ein Quadrat $\square ABCD$ mit Seitenlänge $1m$.

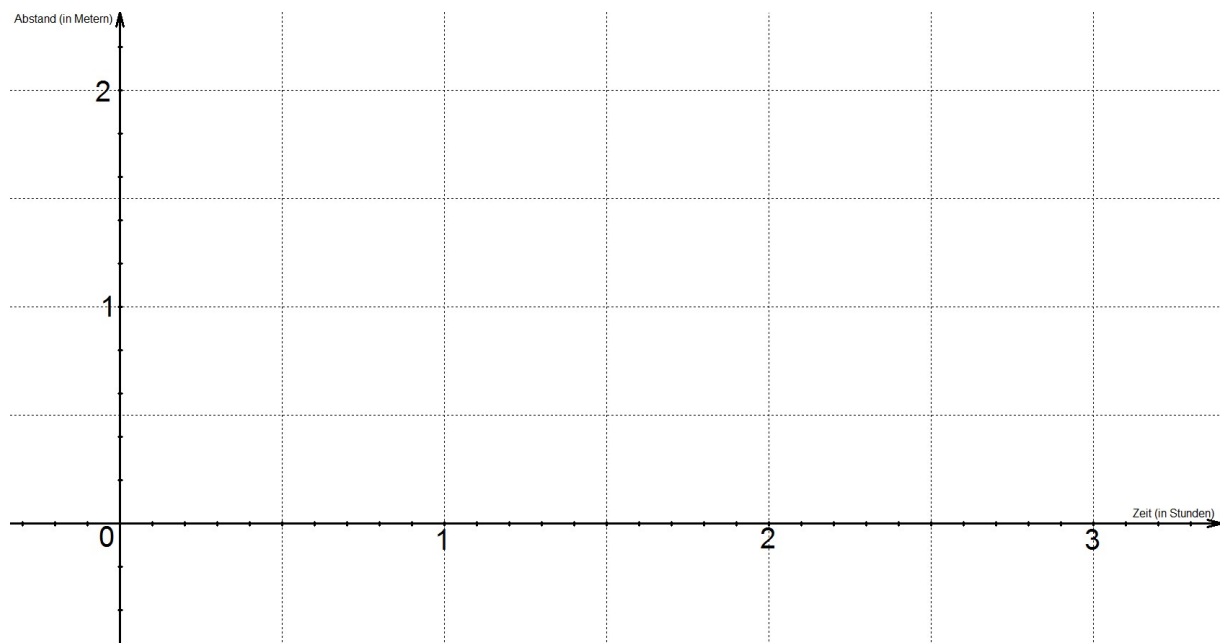
Im Punkt A befinden sich die Schnecke Siggie und die Rennschnecke Rudi.

Beide kriechen zum selben Zeitpunkt los, wobei sich Siggie auf gerader Strecke von A nach D und Rudi von A über B und C nach D bewegt.



Beide bewegen sich jeweils mit gleichbleibender Geschwindigkeit und treffen nach 3 Stunden genau gleichzeitig im Punkt D ein.

Skizzieren Sie in das folgende Koordinatensystem den Abstand der beiden Schnecken zueinander in Abhängigkeit von der Zeit.



Dabei sollte die Größenordnung der Funktionswerte stimmig sein, außerdem sollten Eigenschaften wie Monotonieverhalten, Krümmung und Symmetrie erkennbar sein.

TAG DER MATHEMATIK 2018

Aufgabe MS7:

Wir betrachten die Zahlen n_1, \dots, n_9 die wie folgt definiert sind:

- $n_1 = 11 \dots 11$ (Zahl, deren Zifferndarstellung aus 2018 Einsen besteht)
- $n_2 = 22 \dots 22$ (Zahl, deren Zifferndarstellung aus 2018 Zweien besteht)
- $n_3 = 33 \dots 33$ (Zahl, deren Zifferndarstellung aus 2018 Dreien besteht)
- $n_4 = 44 \dots 44$ (Zahl, deren Zifferndarstellung aus 2018 Vieren besteht)
- $n_5 = 55 \dots 55$ (Zahl, deren Zifferndarstellung aus 2018 Fünfen besteht)
- $n_6 = 66 \dots 66$ (Zahl, deren Zifferndarstellung aus 2018 Sechsen besteht)
- $n_7 = 77 \dots 77$ (Zahl, deren Zifferndarstellung aus 2018 Siebenen besteht)
- $n_8 = 88 \dots 88$ (Zahl, deren Zifferndarstellung aus 2018 Achten besteht)
- $n_9 = 99 \dots 99$ (Zahl, deren Zifferndarstellung aus 2018 Neunen besteht)

Sei nun $n = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8 + n_9$ die Summe dieser neun Zahlen.

Bestimmen Sie die Quersumme von n .

Aufgabe MS8:

Ein Viereck wird durch die sich senkrecht schneidenden Diagonalen in vier Dreiecke unterteilt, von denen drei die folgenden Flächeninhalte haben:

$$6\text{cm}^2 \quad , \quad 10\text{cm}^2 \quad , \quad 12\text{cm}^2$$

Welchen Flächeninhalt kann das vierte Dreieck haben? Geben Sie alle Möglichkeiten an.